

## ТЕМА: ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

Означення похідної функції, її геометричний і фізичний зміст.

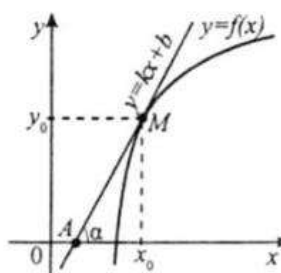
**Похідною** функції  $y=f(x)$  у точці  $x_0$  називають границю відношення приросту функції до приросту аргументу за умови, що приріст аргументу прямує до нуля, а границя існує, тобто

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

### Геометричний зміст похідної

**Рівняння дотичної** до графіка цієї функції у точці  $M_0(x_0; f(x_0))$  має вигляд:  
 $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ , отже  $f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$

### Фізичний зміст похідної



якщо матеріальна точка рухається прямолінійно і її координата змінюється за законом  $s=s(t)$ , то швидкість її руху  $v(t)$  у момент  $t$  дорівнює похідній  $s'(t)$ :

$$v(t) = s'(t).$$

### Похідні елементарних функцій

Похідні елементарних функцій знаходять, користуючись таблицею похідних.

$C' = 0, (C = \text{const})$	$x' = 1$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
$(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(e^x)' = e^x$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

## Правила диференціювання

$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$	$(C \cdot u)' = C \cdot u'$

### КОРИСНІ ПОСИЛАННЯ:

1. Математика (Бевз) 10 клас 2018
2. 10 клас. Алгебра. Похідна функції. Її фізичний та геометричний зміст
3. Вправа "Знайди пару"

### Ознаки зростання і спадання функції.

**Критичними точками функції** називають внутрішні точки області визначення функції, у яких похідна не існує або дорівнює нулю.

### Дослідження функції $f(x)$ на зростання /спадання:

- 1) знайти область визначення функції  $D(f)$ ;
- 2) знайти похідну функції  $f'(x)$ ;
- 3) знайти критичні точки функції;
- 4) поділити критичними точками область визначення функції на проміжки та з'ясувати знак похідної на кожному з них;
- 5) вказати проміжки монотонності (зростання/спадання) функції.

**Приклад:** Знайти проміжки монотонності функції  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$ .

1) Область визначення  $D(f): x \in (-\infty; +\infty)$ .

2)  $f'(x) = 3x^2 - 12x$ .

3) Критичні точки:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \text{ або } 3x(x - 4) = 0, \text{ звідки } x_1 = 0, \quad x_2 = 4.$$

Похідна існує на всій області визначення.



4) Знаки похідної:

Функція зростає на інтервалах  $(-\infty; 0)$  і  $(4; +\infty)$ . Функція спадає на інтервалі  $(0; 4)$ .

**Щоб дослідити функцію та побудувати її графік треба:**

- 1) знайти область визначення функції;
- 2) знайти (якщо можна) точки перетину графіка з координатними осями;
- 3) дослідити функцію на періодичність, парність і непарність;
- 4) знайти проміжки монотонності, точки екстремумів та значення функції в цих точках;
- 5) побудувати графік функції.

**КОРИСНІ ПОСИЛАННЯ:**

1. Математика (Бевз) 10 клас 2018
2. 10 клас. Алгебра. Найбільше і найменше значення функції на проміжку
3. 10 клас. Алгебра. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків.
- 4.



Контрольна робота за темою:

„Похідна та її обчислення”

Варіант 1

1. Знайти похідну функції:  $f(x) = \frac{1}{4}x^8 - 8$  (1 бал)

А) $2x^8$	Б) $2x^7$	В) $8x^7$	Г) $2x^7 - 8$
-----------	-----------	-----------	---------------

2. Обчисліть похідну в точці  $x_0$ : (2 бали)

а)  $f(x) = 2x^2 - 4\sqrt{x} + \pi$ ,  $x_0 = 4$

А) 16	Б) 7	В) 15	Г) 14
-------	------	-------	-------

б)  $f(x) = 32 \cdot x^{-5}$ ,  $x_0 = 2$

А) - 2.5	Б) -10	В) 6	Г) - 64
----------	--------	------	---------

3. Точка рухається за законом  $S(t) = 2t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 3t$ . Знайдіть миттєву швидкість точки в момент  $t_0 = 3$  с (s – в метрах). (1 бал)
4. Знайдіть кут нахилу дотичної до графіка функції  $y = x^3 + 2x^2 + 1$  в точці  $x_0 = -1$  з віссю абсцис. (1 бал)
5. Знайти похідну функції: (3 бали)
- а)  $y = -2x \sin x$ ; б)  $y = \frac{2x - 3x^2}{3x - 4}$ ; в)  $y = (3x^5 - x)^6$ .
6. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $y = \frac{4}{x} + x$  у точці з абсцисою  $x_0 = 1$ . (2 бали)
7. Розв'яжіть нерівність  $f'(x) \geq 0$ , якщо  $f(x) = 2x^4 - 16x^2$  (2 бали)

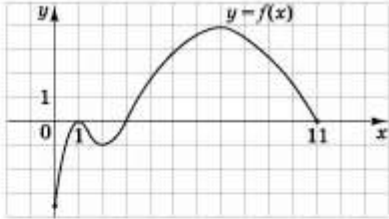
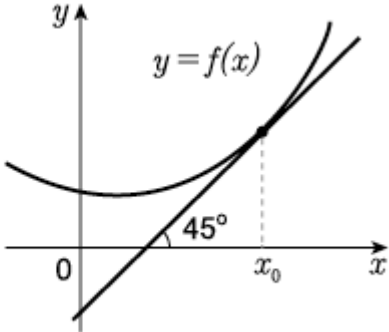
### Похідна та її застосування

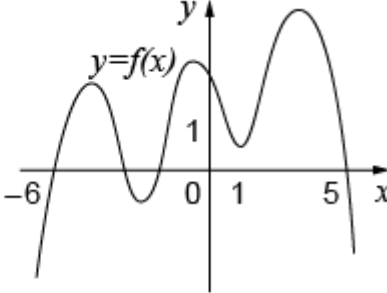
(завдання із ЗНО)

1.	<p>Задано функції <math>f(x) = \frac{2}{x}</math> і <math>g(x) = 5 - 8x</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Побудуйте графік функції <math>f</math>.</li> <li>2 Побудуйте графік функції <math>g</math>.</li> <li>3 Знайдіть похідну функції <math>f</math>.</li> <li>4 До графіка функції <math>f</math> проведено дотичні, паралельні графіку функції <math>g</math>. Визначте абсциси точок дотику.</li> </ol>
2.	<p>Задано функції <math>f(x) = \frac{3}{x}</math> і <math>g(x) = 5 - 3x</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Побудуйте графік функції <math>f</math>.</li> <li>2 Побудуйте графік функції <math>g</math>.</li> <li>3 Знайдіть похідну функції <math>f</math>.</li> <li>4 До графіка функції <math>f</math> проведено дотичні, паралельні графіку функції <math>g</math>. Визначте абсциси точок дотику.</li> </ol>

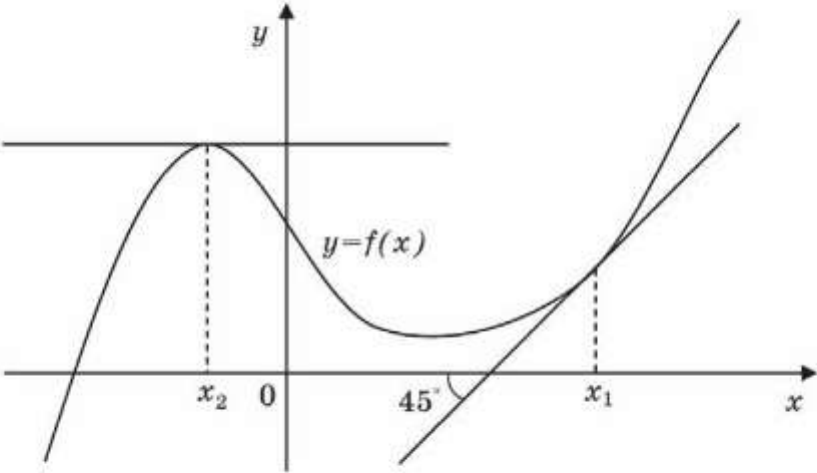
3.	<p>Задано функцію <math>f(x) = \sqrt{x} + 2</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Побудуйте графік функції <math>f</math>.</li> <li>2 Знайдіть координати <math>x_0</math> і <math>y_0</math> точки перетину графіка функції <math>f</math> з прямою <math>y = 3</math>.</li> <li>3 Обчисліть значення похідної функції <math>f</math> в точці <math>x = x_0</math>.</li> <li>4 Запишіть рівняння дотичної, проведеної до графіка функції <math>f</math> у точці з абсцисою <math>x_0</math>.</li> </ol>
4.	<p>Задано функцію <math>f(x) = x^2 - 3x - 4</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Визначте координати точок перетину графіка функції <math>f</math> з осями координат.</li> <li>2 Побудуйте графік функції <math>f</math>.</li> <li>3 Знайдіть значення <math>x = x_0</math>, за якого похідна функції <math>f</math> дорівнює 1.</li> <li>4 Запишіть рівняння дотичної, проведеної до графіка функції <math>f</math> у точці з абсцисою <math>x_0</math>.</li> </ol>
5.	<p>Укажіть похідну функції <math>y = -\frac{7}{6}x^6 + 5x^4 - 14</math>.</p> <p>А <math>y' = -\frac{x^7}{6} + x^5 - 14x</math></p> <p>Б <math>y' = -7x^5 + 20x^3 - 14</math></p> <p>В <math>y' = -7x^5 + 20x^3</math></p> <p>Г <math>y' = -7x^7 + 25x^5</math></p> <p>Д <math>y' = -\frac{7}{36}x^5 + \frac{5}{4}x^3</math></p>
6.	<p>Задано функцію <math>f(x) = x^2 + 3x - 10</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Визначте координати точок перетину графіка функції <math>f</math> з осями координат.</li> <li>2 Побудуйте графік функції <math>f</math>.</li> <li>3 Знайдіть похідну функції <math>f</math>.</li> <li>4 Визначте кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції <math>f</math> у точці з абсцисою <math>x_0 = -1</math>.</li> </ol>

7.	<p>Укажіть похідну функції <math>y = \sin x - \cos x + 1</math>.</p> <p><b>А</b> <math>y' = \cos x + \sin x + 1</math></p> <p><b>Б</b> <math>y' = \cos x - \sin x</math></p> <p><b>В</b> <math>y' = -\cos x - \sin x + x</math></p> <p><b>Г</b> <math>y' = -\cos x - \sin x</math></p> <p><b>Д</b> <math>y' = \cos x + \sin x</math></p>										
8.	<p>Якщо <math>y = (4x - 1)^3</math>, то <math>y' =</math></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>3(4x - 1)^2</math></td> <td><math>3(4x - 1)</math></td> <td><math>\frac{(4x - 1)^4}{16}</math></td> <td><math>12(4x - 1)^2</math></td> <td><math>\frac{3}{4}(4x - 1)^2</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$3(4x - 1)^2$	$3(4x - 1)$	$\frac{(4x - 1)^4}{16}$	$12(4x - 1)^2$	$\frac{3}{4}(4x - 1)^2$
А	Б	В	Г	Д							
$3(4x - 1)^2$	$3(4x - 1)$	$\frac{(4x - 1)^4}{16}$	$12(4x - 1)^2$	$\frac{3}{4}(4x - 1)^2$							
9.	<p>Укажіть рівняння прямої, яка може бути дотичною до графіка функції <math>y = f(x)</math> у точці з абсцисою <math>x_0 = 2</math>, якщо <math>f'(2) = -3</math>.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>y = -\frac{3}{2}x + 1</math></td> <td><math>y = 3x - 2</math></td> <td><math>y = 2x + 3</math></td> <td><math>y = \frac{3}{2}x - 1</math></td> <td><math>y = -3x + 2</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$y = -\frac{3}{2}x + 1$	$y = 3x - 2$	$y = 2x + 3$	$y = \frac{3}{2}x - 1$	$y = -3x + 2$
А	Б	В	Г	Д							
$y = -\frac{3}{2}x + 1$	$y = 3x - 2$	$y = 2x + 3$	$y = \frac{3}{2}x - 1$	$y = -3x + 2$							
10.	<p>Знайдіть найбільше та найменше значення функції <math>f(x) = x + \sin 2x</math> на відріжку <math>\left[0; \frac{\pi}{2}\right]</math>.</p>										
11.	<p>Укажіть рівняння дотичної, проведеної до графіка функції <math>y = f(x)</math> у точці з абсцисою <math>x_0 = 1</math>, якщо <math>f(x_0) = 5</math>, <math>f'(x_0) = 2</math>.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>y = 1 + 2(x - 5)</math></td> <td><math>y = 5 + 2(x + 1)</math></td> <td><math>y = 2 + 5(x - 1)</math></td> <td><math>y = 2 + 5(x + 1)</math></td> <td><math>y = 5 + 2(x - 1)</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$y = 1 + 2(x - 5)$	$y = 5 + 2(x + 1)$	$y = 2 + 5(x - 1)$	$y = 2 + 5(x + 1)$	$y = 5 + 2(x - 1)$
А	Б	В	Г	Д							
$y = 1 + 2(x - 5)$	$y = 5 + 2(x + 1)$	$y = 2 + 5(x - 1)$	$y = 2 + 5(x + 1)$	$y = 5 + 2(x - 1)$							
12.	<p>Дотична, проведена до графіка функції <math>y = f(x)</math> у точці <math>M(5; -9)</math>, паралельна осі абсцис. Обчисліть значення виразу <math>3 \cdot f(5) + 10 \cdot f'(5)</math>.</p>										
13.	<p>Обчисліть значення похідної функції <math>y = \sqrt{13 - 3x}</math> у точці <math>x_0 = 3</math>.</p>										
14.	<p>Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом <math>s(t) = 4t^2 + 9t + 8</math> (шлях <math>s</math> вимірюється в метрах, час <math>t</math> – у секундах). Визначте швидкість (у м/с) цієї точки в момент часу <math>t = 4</math> с.</p>										

15	<p>Знайдіть похідну функції <math>y = x^7 \ln x</math>.</p> <table border="1" data-bbox="280 159 1422 282"> <thead> <tr> <th data-bbox="280 159 507 203">А</th> <th data-bbox="507 159 734 203">Б</th> <th data-bbox="734 159 960 203">В</th> <th data-bbox="960 159 1187 203">Г</th> <th data-bbox="1187 159 1422 203">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="280 203 507 282"><math>y' = 7x^5</math></td> <td data-bbox="507 203 734 282"><math>y' = 7x^6 \ln x + x^6</math></td> <td data-bbox="734 203 960 282"><math>y' = x^6 \ln x + x^6</math></td> <td data-bbox="960 203 1187 282"><math>y' = 7x^6 \ln x</math></td> <td data-bbox="1187 203 1422 282"><math>y' = 7x \ln x + x^6</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$y' = 7x^5$	$y' = 7x^6 \ln x + x^6$	$y' = x^6 \ln x + x^6$	$y' = 7x^6 \ln x$	$y' = 7x \ln x + x^6$
А	Б	В	Г	Д							
$y' = 7x^5$	$y' = 7x^6 \ln x + x^6$	$y' = x^6 \ln x + x^6$	$y' = 7x^6 \ln x$	$y' = 7x \ln x + x^6$							
16	<p>Знайдіть значення похідної функції <math>f(x) = 2x^3 - 5</math> у точці <math>x_0 = -1</math>.</p> <table border="1" data-bbox="292 389 1251 517"> <thead> <tr> <th data-bbox="292 389 531 434">А</th> <th data-bbox="531 389 770 434">Б</th> <th data-bbox="770 389 1010 434">В</th> <th data-bbox="1010 389 1249 434">Г</th> <th data-bbox="1249 389 1481 434">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="292 434 531 517">-11</td> <td data-bbox="531 434 770 517">-7</td> <td data-bbox="770 434 1010 517">1</td> <td data-bbox="1010 434 1249 517">3</td> <td data-bbox="1249 434 1481 517">6</td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	-11	-7	1	3	6
А	Б	В	Г	Д							
-11	-7	1	3	6							
17	<p>Функція <math>f(x)</math> має в точці <math>x_0</math> похідну <math>f'(x_0) = -4</math>. Визначте значення похідної функції <math>g(x) = 2 \cdot f(x) + 7x - 3</math> в точці <math>x_0</math>.</p> <table border="1" data-bbox="280 674 1481 801"> <thead> <tr> <th data-bbox="280 674 517 719">А</th> <th data-bbox="517 674 753 719">Б</th> <th data-bbox="753 674 989 719">В</th> <th data-bbox="989 674 1225 719">Г</th> <th data-bbox="1225 674 1481 719">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="280 719 517 801">15</td> <td data-bbox="517 719 753 801">12</td> <td data-bbox="753 719 989 801">-1</td> <td data-bbox="989 719 1225 801">-4</td> <td data-bbox="1225 719 1481 801">-8</td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	15	12	-1	-4	-8
А	Б	В	Г	Д							
15	12	-1	-4	-8							
18	<p>На рисунку зображено графік функції <math>y = f(x)</math>, визначеної на проміжку <math>[0; 11]</math> та диференційовної на проміжку <math>(0; 11)</math>. Установіть відповідність між числом (1–4) та проміжком (А–Д), якому належить це число.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div data-bbox="280 1077 909 1525"> <p><i>Число</i></p> <p><b>1</b> <math>f(8)</math></p> <p><b>2</b> <math>f'(7)</math></p> <p><b>3</b> найменше значення функції <math>y = f(x)</math> на її області визначення</p> <p><b>4</b> <math>\int_1^3 f(x) dx</math></p> </div> <div data-bbox="979 837 1369 1509">  <p><i>Проміжок</i></p> <p><b>А</b> <math>(-\infty; -2]</math></p> <p><b>Б</b> <math>(-2; -0,5]</math></p> <p><b>В</b> <math>(-0,5; 2]</math></p> <p><b>Г</b> <math>(2; 4]</math></p> <p><b>Д</b> <math>(4; +\infty]</math></p> </div> </div>										
19	<p>Знайдіть найбільше значення функції <math>y = \frac{(1 - 2 \cos x)^4}{2}</math>.</p>										
20	<p>Дотична, проведена до графіка функції <math>y = f(x)</math> в точці з абсцисою <math>x_0</math>, нахилена до додатного напрямку осі <math>Ox</math> під кутом <math>45^\circ</math> (див. рисунок). Знайдіть <math>f'(x_0)</math>.</p> <table border="1" data-bbox="280 1883 967 2018"> <thead> <tr> <th data-bbox="280 1883 419 1928">А</th> <th data-bbox="419 1883 558 1928">Б</th> <th data-bbox="558 1883 697 1928">В</th> <th data-bbox="697 1883 836 1928">Г</th> <th data-bbox="836 1883 967 1928">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="280 1928 419 2018">-1</td> <td data-bbox="419 1928 558 2018"><math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td data-bbox="558 1928 697 2018"><math>\sqrt{3}</math></td> <td data-bbox="697 1928 836 2018">1</td> <td data-bbox="836 1928 967 2018"><math>-\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> </tr> </tbody> </table> 	А	Б	В	Г	Д	-1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
А	Б	В	Г	Д							
-1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$							

21	<p>Функція <math>f(x)</math> в точці <math>x_0 = 5</math> має похідну <math>f'(5) = -1</math>. Обчисліть значення похідної функції <math>g(x) = f(x) \cdot x</math> в точці <math>x_0</math>, якщо <math>f(5) = 3</math>.</p> <table border="1" data-bbox="284 197 1481 331"> <thead> <tr> <th data-bbox="284 197 528 241">А</th> <th data-bbox="528 197 767 241">Б</th> <th data-bbox="767 197 1007 241">В</th> <th data-bbox="1007 197 1246 241">Г</th> <th data-bbox="1246 197 1481 241">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="284 241 528 331"><math>g'(5) = -2</math></td> <td data-bbox="528 241 767 331"><math>g'(5) = -1</math></td> <td data-bbox="767 241 1007 331"><math>g'(5) = -5</math></td> <td data-bbox="1007 241 1246 331"><math>g'(5) = 14</math></td> <td data-bbox="1246 241 1481 331"><math>g'(5) = 15</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$g'(5) = -2$	$g'(5) = -1$	$g'(5) = -5$	$g'(5) = 14$	$g'(5) = 15$
А	Б	В	Г	Д							
$g'(5) = -2$	$g'(5) = -1$	$g'(5) = -5$	$g'(5) = 14$	$g'(5) = 15$							
22	<p>Знайдіть похідну функції <math>y = x^4 + 3 \cos x</math>.</p> <table border="1" data-bbox="284 432 1481 589"> <thead> <tr> <th data-bbox="284 432 528 477">А</th> <th data-bbox="528 432 767 477">Б</th> <th data-bbox="767 432 1007 477">В</th> <th data-bbox="1007 432 1246 477">Г</th> <th data-bbox="1246 432 1481 477">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="284 477 528 589"><math>y' = 4x^3 + 3 \sin x</math></td> <td data-bbox="528 477 767 589"><math>y' = 4x - 3 \sin x</math></td> <td data-bbox="767 477 1007 589"><math>y' = 4x^3 - 3 \sin x</math></td> <td data-bbox="1007 477 1246 589"><math>y' = \frac{x^5}{5} + 3 \sin x</math></td> <td data-bbox="1246 477 1481 589"><math>y' = x^3 - 3 \sin x</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$y' = 4x^3 + 3 \sin x$	$y' = 4x - 3 \sin x$	$y' = 4x^3 - 3 \sin x$	$y' = \frac{x^5}{5} + 3 \sin x$	$y' = x^3 - 3 \sin x$
А	Б	В	Г	Д							
$y' = 4x^3 + 3 \sin x$	$y' = 4x - 3 \sin x$	$y' = 4x^3 - 3 \sin x$	$y' = \frac{x^5}{5} + 3 \sin x$	$y' = x^3 - 3 \sin x$							
23	<p>На рисунку зображено графік функції <math>y = f(x)</math>, яка визначена на проміжку <math>(-6; 5)</math>. У кожній точці цього проміжку існує похідна <math>y = f'(x)</math>. Скільки всього коренів має рівняння <math>f'(x) = 0</math> на проміжку <math>(-6; 5)</math>?</p>  <table border="1" data-bbox="284 936 1481 1093"> <thead> <tr> <th data-bbox="284 936 528 981">А</th> <th data-bbox="528 936 767 981">Б</th> <th data-bbox="767 936 1007 981">В</th> <th data-bbox="1007 936 1246 981">Г</th> <th data-bbox="1246 936 1481 981">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="284 981 528 1093">один</td> <td data-bbox="528 981 767 1093">два</td> <td data-bbox="767 981 1007 1093">три</td> <td data-bbox="1007 981 1246 1093">чотири</td> <td data-bbox="1246 981 1481 1093">п'ять</td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	один	два	три	чотири	п'ять
А	Б	В	Г	Д							
один	два	три	чотири	п'ять							
24	<p>Знайдіть значення похідної функції <math>f(x) = 4 \cos x + 5</math> у точці <math>x_0 = \frac{\pi}{2}</math>.</p> <table border="1" data-bbox="284 1193 1481 1328"> <thead> <tr> <th data-bbox="284 1193 528 1238">А</th> <th data-bbox="528 1193 767 1238">Б</th> <th data-bbox="767 1193 1007 1238">В</th> <th data-bbox="1007 1193 1246 1238">Г</th> <th data-bbox="1246 1193 1481 1238">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="284 1238 528 1328">-4</td> <td data-bbox="528 1238 767 1328">-1</td> <td data-bbox="767 1238 1007 1328">1</td> <td data-bbox="1007 1238 1246 1328">4</td> <td data-bbox="1246 1238 1481 1328">5</td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	-4	-1	1	4	5
А	Б	В	Г	Д							
-4	-1	1	4	5							
25	<p>Знайдіть похідну функції <math>f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}</math>.</p> <table border="1" data-bbox="284 1451 1481 1619"> <thead> <tr> <th data-bbox="284 1451 528 1496">А</th> <th data-bbox="528 1451 767 1496">Б</th> <th data-bbox="767 1451 1007 1496">В</th> <th data-bbox="1007 1451 1246 1496">Г</th> <th data-bbox="1246 1451 1481 1496">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="284 1496 528 1619"><math>f'(x) = \frac{1 + 3x^2}{(x^2 + 1)^2}</math></td> <td data-bbox="528 1496 767 1619"><math>f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}</math></td> <td data-bbox="767 1496 1007 1619"><math>f'(x) = \frac{1}{2x}</math></td> <td data-bbox="1007 1496 1246 1619"><math>f'(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}</math></td> <td data-bbox="1246 1496 1481 1619"><math>f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	$f'(x) = \frac{1 + 3x^2}{(x^2 + 1)^2}$	$f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$	$f'(x) = \frac{1}{2x}$	$f'(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$	$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$
А	Б	В	Г	Д							
$f'(x) = \frac{1 + 3x^2}{(x^2 + 1)^2}$	$f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$	$f'(x) = \frac{1}{2x}$	$f'(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$	$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$							
26	<p>Тіло рухається прямолінійно за законом <math>s(t) = \frac{2}{3} t^3 - 2t^2 + 4t</math> (час <math>t</math> вимірюється в секундах, шлях <math>s</math> – в метрах). Визначте прискорення його руху в момент <math>t = 10</math> с.</p> <table border="1" data-bbox="284 1832 1481 1995"> <thead> <tr> <th data-bbox="284 1832 528 1877">А</th> <th data-bbox="528 1832 767 1877">Б</th> <th data-bbox="767 1832 1007 1877">В</th> <th data-bbox="1007 1832 1246 1877">Г</th> <th data-bbox="1246 1832 1481 1877">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="284 1877 528 1995">164 м/с<sup>2</sup></td> <td data-bbox="528 1877 767 1995">60 м/с<sup>2</sup></td> <td data-bbox="767 1877 1007 1995">36 м/с<sup>2</sup></td> <td data-bbox="1007 1877 1246 1995">20 м/с<sup>2</sup></td> <td data-bbox="1246 1877 1481 1995">10 м/с<sup>2</sup></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	164 м/с <sup>2</sup>	60 м/с <sup>2</sup>	36 м/с <sup>2</sup>	20 м/с <sup>2</sup>	10 м/с <sup>2</sup>
А	Б	В	Г	Д							
164 м/с <sup>2</sup>	60 м/с <sup>2</sup>	36 м/с <sup>2</sup>	20 м/с <sup>2</sup>	10 м/с <sup>2</sup>							



27	Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 2t^2 + 3t$ , де $s$ вимірюється в метрах, а $t$ у секундах. Знайдіть значення $t$ (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 76 м/с.										
28	Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$ у точці $x_0 = -2$ .										
29	Знайдіть найменше значення функції $y = x^3 - 12x$ на відрізку $[0; 3]$ .										
30	Знайдіть найбільше значення функції $y = 12x - x^3$ на відрізку $[0; 3]$ .										
31	Знайдіть найбільше значення функції $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на проміжку $[-1; 1]$ .										
32	<p>На рисунку зображений графік функції <math>y = f(x)</math> та дотичні до нього в точках <math>x_1</math> та <math>x_2</math>. Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть <math>f'(x_1) + f'(x_2)</math>.</p> 										
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td><math>\sqrt{3}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	Г	Д	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
А	Б	В	Г	Д							
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$							